

УДК 621.317.4: 537.613

А.В. ГЕТЬМАН, О.Л. РЕЗИНКИН**МЕТОДОЛОГИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ СФЕРИЧЕСКИХ ГАРМОНИК МАГНИТНОГО ПОЛЯ ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ**

Проведен сравнительный анализ основополагающих принципов, лежащих в основе методов экспериментального определения сферических гармоник магнитного поля технических объектов. Предложена классификация методов выделения вкладов и определения величин коэффициентов сферических гармоник магнитного поля. Установлены взаимосвязи между рассмотренными методами и принципами, положенными в основу функционирования соответствующих измерительных систем для практического сферического гармонического анализа магнитного поля.

Ключевые слова: магнитное поле, сферическая гармоника, измерительная система, технический объект, магнитный поток.

А.В. ГЕТЬМАН, О.Л. РЕЗИНКИН**МЕТОДОЛОГІЯ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ВИЗНАЧЕННЯ СФЕРИЧНИХ ГАРМОНІК МАГНІТНОГО ПОЛЯ ТЕХНІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ**

Проведено порівняльний аналіз основних принципів, що лежать в основі методів експериментального визначення сферичних гармонік магнітного поля технічних об'єктів. Запропоновано класифікацію методів виділення вкладів і визначення величин коефіцієнтів сферичних гармонік магнітного поля. Встановлено взаємозв'язки між розглянутими методами і принципами, покладеними в основу функціонування відповідних вимірювальних систем для практичного сферичного гармонічного аналізу магнітного поля.

Ключові слова: магнітне поле, сферична гармоніка, вимірювальна система, технічний об'єкт, магнітний потік.

A.V. GETMAN, O.L. REZINKIN**METHODOLOGY OF EXPERIMENTAL DETERMINATION OF THE SPHERICAL HARMONICS OF THE MAGNETIC FIELD OF TECHNICAL OBJECTS**

A comparative analysis of methods for the experimental determination of the spherical harmonics of the magnetic field of technical objects has been carried out. The fundamental principles for creation of spherical harmonics of the magnetic field have been represented. The interrelation of the established principles with metrological means of measuring of spherical harmonics of the magnetic fields is shown. A classification of the methods for separating of contributions and determining the magnitudes of the coefficients of the spherical harmonics of the magnetic field is proposed. It is proposed to use the classification as a theoretical basis for creating new methods and means for conducting a practical spherical harmonic analysis of the magnetic field of technical objects.

Keywords: magnetic field, spherical harmonic, measuring system, technical object, magnetic flux.

Введение. Практическая необходимость повышения точности моделирования и экспериментального определения пространственного распределения магнитного поля технических объектов (ТО) стимулирует процесс создания новых и модернизации существующих методов определения пространственных гармоник. При использовании в качестве простейшей математической модели внешнего магнитного поля ТО представления в виде точечного источника – магнитного диполя, пространственное распределение внешнего магнитного поля может быть описано одним вектором – магнитным дипольным моментом ТО. Однако реальное пространственное распределение магнитного поля вблизи ТО (на расстояниях сравнимых с его габаритным размером) существенно отличается от картины магнитного поля диполя. В качестве магнитных характеристик, уточняющих пространственное распределение поля, в этих случаях обычно используют сферические пространственные гармоники старшего дипольного или, эквивалентные им, виртуальные точечные источники поля – мультиполи, расположенные в центре ТО.

В электродинамике отсутствуют закономерности, позволяющие производить прямой расчет величины

амплитудного коэффициента пространственной гармоник магнитного поля ТО, поэтому единственным практическим способом определения величин амплитудных коэффициентов является проведение прямых измерений других физических характеристик магнитного поля, с последующей математической обработкой результатов по специальным процедурам [1–8].

Цель работы. Проведенный анализ существующих методов и соответствующих измерительных систем экспериментального определения величин коэффициентов сферических гармоник направлен на выявление и классификацию основополагающих принципов создания новых методов и средств практического исследования пространственной структуры магнитного поля технических объектов.

Анализ методов определения величин сферических гармоник. Проведем краткий анализ возможных путей практического определения сферических гармоник скалярного потенциала внешнего магнитного поля ТО. Если записать выражение для магнитной индукции в воздухе ($\mu = 1$) для нескольких k точек измерения в виде рядов:

$$\left\{ \begin{aligned} \vec{B}(r_1, \theta_1, \varphi_1) = \\ = -\mu_0 \nabla \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(r_1)^{n+1}} \sum_{m=0}^n P_n^m(\cos \theta_1) \left\{ \begin{aligned} g_n^m \cos m \varphi_1 \\ h_n^m \sin m \varphi_1 \end{aligned} \right\} \right); \\ \vec{B}(r_k, \theta_k, \varphi_k) = \\ = -\mu_0 \nabla \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(r_k)^{n+1}} \sum_{m=0}^n P_n^m(\cos \theta_k) \left\{ \begin{aligned} g_n^m \cos m \varphi_k \\ h_n^m \sin m \varphi_k \end{aligned} \right\} \right), \end{aligned} \right. \quad (1)$$

где μ_0 – магнитная постоянная; r_k, θ_k, φ_k – сферические координаты k -й точки наблюдения магнитного поля; $P_n^m(\cos \theta_k)$ – присоединенные функции Лежандра первого рода от угловой координаты k -й точки; g_n^m, h_n^m – амплитудные коэффициенты сферических гармоник.

Тогда, ограничив количество слагаемых бесконечного ряда некоторым конечным числом и взяв достаточное количество k точек измерения магнитной индукции для решения системы уравнений в (1), можно получить значения амплитудных коэффициентов сферических гармоник.

Такой метод был предложен К.Гауссом для расчета и описания магнитного поля Земли. Общей тенденцией, как для геомагнитного поля, так и для магнитного поля ТО, является доминирование дипольной гармоники и быстрое уменьшение величин амплитудных коэффициентов гармоник с ростом их степени. Эта особенность представления магнитного поля ТО приводит к ограничению количества достоверно определяемых гармоник, поскольку, начиная с некоторого значения n (степени гармоник), величина погрешности измеренной магнитной индукции становится больше вклада гармоник старших степеней. Поэтому даже при использовании данных, полученных современными прецизионными магнитометрами, неизбежное присутствие погрешности при измерении магнитного поля Земли ограничивает количество достоверно определяемых амплитудных коэффициентов сферических гармоник до десятой степени ($n = 10$).

Поскольку реальные погрешности измерения магнитного поля ТО на два-три порядка больше чем при геомагнитных измерениях, то максимальное количество определяемых гармоник при использовании на практике метода Гаусса ограничено третьей степенью (пятнадцатью амплитудными коэффициентами).

Методы разделения вкладов гармоник. Повысить точность и соответственно увеличить количество определяемых пространственных гармоник оказывается возможным, если применить методы, основанные на функциональном анализе специальным образом полученных данных о пространственном распределении магнитного поля ТО. Ключевым условием применимости таких методов является получение экспериментальных данных о магнитном поле ТО в форме удобной для проведения функционального анализа по пространственным координатам. Непосредственно из вида скалярного потенциала магнитного поля, представленного рядом в (1) следует, что для выделения вклада в суммарное поле от одной гармоники могут быть использованы:

– Фурье анализ по циклической координате;

– ортогональность полиномов Лежандра по угловой координате;

– расчет на основе конечного числа уравнений с использованием свойства разной степени убывания поля при удалении от исследуемого ТО (по радиальной координате).

Для применения Фурье-анализа к каждому из уравнений в (1) необходима экспериментальная зависимость данных, полученных на одной из параллелей воображаемой сферической сетки, охватывающей ТО. Например, так, чтобы было возможно проведение интегрирования вида:

$$\int_0^{2\pi} B_r(r, \theta, \varphi) \begin{Bmatrix} \cos k \varphi \\ \sin k \varphi \end{Bmatrix} d\varphi = \mu_0 \times \\ \times \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(r)^{n+2}} \sum_{m=0}^n P_n^m(\cos \theta) \int_0^{2\pi} \begin{Bmatrix} g_n^m \cos m \varphi \\ h_n^m \sin m \varphi \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos k \varphi \\ \sin k \varphi \end{Bmatrix} d\varphi \right), \quad (2)$$

где $B_r(r, \theta, \varphi)$ – радиальная компонента магнитной индукции в точке со сферическими координатами r, θ, φ ; m – индекс, именуемый порядком гармоники; n – индекс, именуемый степенью гармоники.

Очевидным требованием, кроме необходимости проведения измерений магнитной индукции при неизменных радиальной и угловой координатах, является получение достаточного количества данных (точек измерения) о магнитном поле и циклической координате для проведения интегрирования по (2) расчетными методами с достаточной точностью [7].

В результате интегральной обработки зафиксированных данных о магнитной индукции как функции от циклической координаты на основании (2) из двойной суммы вкладов всех гармоник останутся только вклады от гармоник порядка $m = k$:

$$\int_0^{2\pi} B_r(r, \theta, \varphi) \begin{Bmatrix} \cos k \varphi \\ \sin k \varphi \end{Bmatrix} d\varphi = \pi \mu_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(r)^{n+2}} P_n^k(\cos \theta) \begin{Bmatrix} g_n^k \\ h_n^k \end{Bmatrix}. \quad (3)$$

Если дальнейшую математическую обработку экспериментальных данных проводить, например, с использованием свойства ортогональности функций Лежандра, то для этого необходимы данные обработки по (3), проведенные для некоторого количества параллелей, чтобы обеспечить проведение интегрирования по формуле:

$$\int_0^{2\pi} \left[\int_0^{\pi} B_r(r, \theta, \varphi) \begin{Bmatrix} \cos k \varphi \\ \sin k \varphi \end{Bmatrix} d\varphi \right] P_s^k(\cos \theta) d(\cos \theta) = \pi \mu_0 \times \\ \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(r)^{n+2}} \int_0^{\pi} P_n^k(\cos \theta) P_s^k(\cos \theta) d(\cos \theta) \begin{Bmatrix} g_n^k \\ h_n^k \end{Bmatrix} = \\ = \frac{2\pi \mu_0 n}{(r)^{n+2}} \frac{1}{2s+1} \frac{(s+k)!}{(s-k)!} \begin{Bmatrix} g_s^k \\ h_s^k \end{Bmatrix}. \quad (4)$$

Прямое применение двойной интегральной обработки данных о магнитной индукции (4) решает задачу об экспериментальном определении величин амплитудных коэффициентов пространственных гармоник магнитного поля ТО, находящегося внутри воображаемого шара радиуса r на котором расположены магнитометрические датчики.

Другим вариантом дальнейшей математической обработки (3) является использование алгоритмов

расчета, построенных на свойстве различной скорости убывания сферических гармоник разных степеней при удалении от источника поля (исследуемого ТО). Для этого используют данные о трех проекциях магнитной индукции, зафиксированные на четырех параллелях с разными радиусами, лежащих в воображаемой экваториальной плоскости ($\theta = \pi/2$) сферической системы координат, привязанной к центру ТО. Для проведения расчетов величин амплитудных коэффициентов гармоник ограничивают их рассматриваемое количество максимальной старшей степенью, полагая $n \leq 4$. Ограниченные таким образом четыре×три ряда, как функции от циклической координаты, составленные по (1) для четырех значений радиусов параллелей, содержат 24 искомых амплитудных коэффициента. Сначала полученные уравнения обрабатывают Фурье анализом по аналогии с (3) где k изменяют от 0 до 4. Дальнейший расчет величин амплитудных коэффициентов проводят, решая получаемую систему уравнений.

Как уже было замечено, применение в практике экспериментального исследования магнитного поля ТО алгоритмов расчета, построенных только на основе решений систем уравнений ограниченных рядов из (1), сопряжено с низкой достоверностью получаемых результатов для амплитудных коэффициентов гармоник старших степеней. Поэтому при построении новых систем ориентируются на методы с интегральной обработкой данных измерений.

Стремление использовать методы, предполагающие применение измерительных систем с небольшим количеством первичных измерительных преобразователей, обусловлено практическими затруднениями, возникающими при настройке положения и ориентации большого количества датчиков. Как известно положение центра и направление магнитной оси датчика магнитной индукции всегда имеют погрешность при установке.

Наиболее простым вариантом уменьшения количе-

ства датчиков измерительной системы является использование перемещения по одной из угловых координат связанных с исследуемым ТО. Однако создание систем измерения магнитной индукции, позволяющих перемещать ТО поочередно по двум сферическим координатам, также сопряжено с техническими затруднениями и не всегда возможно. Кроме того, поворот исследуемого ТО приводит к изменению индуцированной составляющей его магнитного поля, делая невозможным проведение измерений в присутствии внешнего магнитного поля, например, создаваемым земным магнетизмом, что критично в некоторых случаях. В случае практической необходимости исследования индуцированной составляющей магнитного поля ТО, вместо углового применяют линейное перемещение по оси аппликата, связанной с объектом цилиндрической системы координат. При этом для применения ортогональных свойств функций Лежандра по аналогии с (4) используют специально найденные селективирующие функции $f_s^k(z)$, выражение принимает вид:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_0^{2\pi} B_r(\rho, \varphi, z) \begin{cases} \cos k\varphi \\ \sin k\varphi \end{cases} d\varphi \right] f_s^k(z) dz. \quad (5)$$

Кроме того, в качестве альтернативного варианта, имеющего существенно упрощенный процесс настройки, получили практическое применение системы, построенные на основе тонких (контурных) измерительных обмоток специальной пространственной конфигурации с измеряемой величиной – магнитным потоком.

Результаты исследований. Результаты сравнительного анализа существующих методов экспериментального определения амплитудных коэффициентов сферических гармоник с учетом особенностей построения соответствующих измерительных систем можно представить в виде классификации, представленной в табл. 1.

Таблица 1 – Классификация принципов, лежащих в основе методов разделения вкладов и определения величин амплитудных коэффициентов пространственных гармоник при использовании магнито-измерительных систем разных типов

Тип перемещения Измерительная система фиксирует	Линейное	Угловое
Функциональные зависимости магнитной индукции от координаты перемещения	1. Использование ортогональных свойств функций Лежандра 1.2. Фурье анализ на основе дискретных данных о координатах расположения на окружности точечных датчиков магнитной индукции 2. Использование свойства спадания гармоник в ограниченном по их количеству ряде	1. Фурье анализ на основе дискретных данных о координатах расположения на окружности точечных датчиков магнитной индукции 2.1. Использование ортогональных свойств функций Лежандра 2.2. Использование свойства спадания гармоник в ограниченном по их количеству ряде
Функциональные зависимости магнитного потока от координаты перемещения	1. Аппаратно встроенный Фурье анализ, на основе измерительных обмоток специальной пространственной конфигурации 2. Использование ортогональных свойств функций Лежандра	1. Аппаратно встроенный Фурье анализ, на основе измерительных обмоток специальной пространственной конфигурации 2.1. Использование ортогональных свойств функций Лежандра 2.2. Использование свойства спадания гармоник в ограниченном по их количеству ряде

Колонки и строки данной таблицы сформированы на основе главных принципов, лежащих в основе работы измерительных систем: измеряемая магнитная величина и тип перемещения исследуемого объекта относительно измерительных датчиков (обмоток) магнитной индукции. В зависимости от комбинации основных принципов работы измерительной системы в ячейках пересечения соответствующего столбца и строки приведены возможные для данной системы методы разделения и определения величин коэффициентов сферических гармоник магнитного поля исследуемого ТО. При этом порядок применения способов разделения и определения вкладов пространственных гармоник во внешнее магнитное поле ТО соответствует первой цифре порядкового номера возле способа. Вторые цифры у номеров способов указывают на наличие альтернативных вариантов соответствующего этапа практического определения величин пространственных гармоник магнитного поля.

Из представленных в табл. 1 способов определения пространственных гармоник магнитного поля следует, что наиболее рациональным порядком применения трех основных способов выделения вкладов гармоник является применение на первом этапе Фурье анализа по циклической координате φ . В результате которого из двойного ряда сферических гармоник согласно (2) будут выделены вклады гармоник только заданного порядка $m = k$.

Применение аппаратно встроенного Фурье анализа в системах, измеряющих сигнатуры магнитного потока, сцепленного с обмотками специальной пространственной конфигурации, обусловлено особенностью измерения магнитного потока и является несомненным преимуществом таких систем. Поскольку они принципиально позволяют производить разделение и определение вкладов гармоник существенно (на два три порядка) разнящихся по величине, без существенного влияния на погрешность.

Выводы. В результате сравнительного анализа методов экспериментального определения сферических гармоник магнитного поля технических объектов установлены основополагающие принципы их создания. Показана взаимосвязь установленных принципов с существующими измерительными системами для проведения практического сферического гармонического анализа магнитного поля технических объектов. Предложена классификация методов, позволяющая поставить в соответствие друг другу существующие методы и средства экспериментального определения сферических гармоник и служащая теоретической основой создания новых методов и средств проведения практического сферического гармонического анализа магнитного поля технических объектов. В результате анализа предложенной классификации выявлено, что для всех методов, основанных на угловом перемещении по одной оси, характерно наличие методических ограничений на максимальную степень измеряемой сферической гармоники (как правило, не старше четвертой).

Список литературы:

1. Bojko D. An advanced technique for the multipole imaging of a magnetic source: discrete transforms in high-precision magnetic signature processing / D. Bojko, A. Kildishev, S. Volokhov // Conference on Precision Electromagnetic Measurements Digest (Cat. No.98CH36254). IEEE: New York, USA, 1998. – P. 260-261.
2. Holmes John J. Theoretical Development of Laboratory Techniques for Magnetic Measurement of Large / John J. Holmes // IEEE Transactions on Magnetics. – 2001. – Vol. 37, № 5. – P. 3790-3797.
3. Гетьман А.В. Определение пространственных гармоник магнитного поля вблизи поверхности технического объекта / А.В. Гетьман // Электричество. – 2005. – № 1. – С. 55-60.
4. Rouve L.L. Application of the spherical harmonic model to identify the magnetic state of a system and to extrapolate its signature / L.L. Rouve, J.P. Bongiraud, P. Le Thiec, J.L. Coulomb // Studies in Applied Electromagnetics and Mechanics 15, Electro-magnetic Nondestructive Evaluation (III), IOS Press, 1999. – P. 136-144.
5. Chadebec O. New method for a fast and easy computation of stray fields created by wound rods / O. Chadebec, L.L. Rouve, J.L. Coulomb // IEEE Transactions on Magnetics. – 2002. – Vol 38. – P. 1005-1010. – ISSN: 0018-9464.
6. Kildishev A.V. Measurement of the Spacecraft Main Magnetic Parameters / A.V. Kildishev, S.A. Volokhov, J.D. Saltykov // IEEE Systems Readiness Technology Conference (AUTOTESTCON'97). – Anaheim (California), 1997. – P. 669-675.
7. ECSS-E-HB-20-07A "Space engineering: Electromagnetic compatibility hand-book" ESA-ESTEC. Requirements & Standards Division. Noordwijk, The Netherlands. – 2012. – 228 p.
8. Гетьман А. В. Определение магнитных мультиполей по сигнатурам поворота источника внутри контурной системы / А.В. Гетьман // Электричество. – 2013. – № 6. – С. 56-61.

References (transliterated):

1. Bojko D., Kildishev A., Volokhov S. An advanced technique for the multipole imaging of a magnetic source: discrete transforms in high-precision magnetic signature processing. Conference on Precision Electromagnetic Measurements Digest (Cat. No.98CH36254). IEEE: New York, USA, 1998. P. 260-261.
2. Holmes John J. Theoretical Development of Laboratory Techniques for Magnetic Measurement of Large. IEEE Transactions on Magnetics. 2001. Vol. 37, No. 5. P. 3790-3797.
3. Get'man A.V. Opredelenie prostranstvennykh garmonik magnitnogo polya vblizi poverkhnosti tekhnicheskogo ob'ekta [Determination of the spatial harmonics of the magnetic field near the surface of the technical object]. Elektrichestvo. 2005. No. 1. P. 55-60.
4. Rouve L.L., Bongiraud J.P., Le Thiec P., Coulomb J.L. Application of the spherical harmonic model to identify the magnetic state of a system and to extrapolate its signature. Studies in Applied Electromagnetics and Mechanics 15, Electro-magnetic Nondestructive Evaluation (III), IOS Press, 1999. P. 136-144.
5. Chadebec O., Rouve L.L., Coulomb J.L. New method for a fast and easy computation of stray fields created by wound rods. IEEE Transactions on Magnetics. 2002. Vol. 38. P. 1005-1010. ISSN: 0018-9464.
6. Kildishev A.V., Volokhov S.A., Saltykov J.D. Measurement of the Spacecraft Main Magnetic Parameters. IEEE Systems Readiness Technology Conference (AUTOTESTCON'97). – Anaheim (California). 1997. P. 669-675.
7. ECSS-E-HB-20-07A "Space engineering: Electromagnetic compatibility hand-book" ESA-ESTEC. Requirements & Standards Division. Noordwijk, The Netherlands. 2012. 228 p.
8. Get'man A. V. Opredelenie magnitnykh mul'tipoley po signaturam povorota istochnika vnuri konturnoy sistemy [Determination of magnetic multipoles from the signatures of a source rotation within a contour system]. Elektrichestvo. 2013. No. 6, P. 56-61.

Поступила (received) 19.12.2017

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Гетьман Андрій Володимирович (Гетьман Андрей Владимирович, Getman Andriy Volodymyrovych) – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, НТУ «ХПІ», докторант; тел.: (057) 707-69-61; e-mail: getmanav70@gmail.com.

Резинкін Олег Лук'янович (Резинкин Олег Лукьянович, Rezinkin Oleg) – доктор технічних наук, професор, НТУ «ХПІ», завідувач кафедри інженерної електрофізики; тел.: (057) 707-60-52; e-mail: orezynkin@gmail.com.